

Iesniedziet katru uzdevumu atsevišķi kā .pdf vai .jpg failu

1. Katrai no sekojošām rindām parādiet, ka integrālo pazīmi var izmantot. Izmantojiet to, lai secinātu, vai rinda konverģē vai diverģē. Ja rinda konverģē, aprēķiniet tās vērtību.

(a) $\sum_{n=2}^{\infty} \frac{1}{n \ln^4(n)}$

(b) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{4n^2 + 9}$

(c) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{3}{n^2 + 7n + 10}$

2. Lai $f, g, h: \mathbf{R} \rightarrow \mathbf{R}$ ir funkcijas, definētas kā

$$f(x) = e^{-x}, \quad g(x) = f(x) \cdot \cos^2(\pi x), \quad h(x) = g(x) - \frac{\sin^2(\pi x)}{e}.$$

(a) Aprēķiniet rindu $\sum_{n=0}^{\infty} f(n)$ un $\sum_{n=0}^{\infty} g(n)$ un $\sum_{n=0}^{\infty} h(n)$ vērtības.

(b) Aprēķiniet integrālu $\int_0^{\infty} f(x) dx$ un $\int_0^{\infty} g(x) dx$ un $\int_0^{\infty} h(x) dx$ vērtības.

(c) Kuras no funkcijām f, g, h apmierina integrālās pazīmes nosacījumus?

(d) Pierādiet, ka jebkurai nenegatīvai konverģējošai rindai $\sum_{n=0}^{\infty} a_n$ eksistē nepārtraukta funkcija $\alpha: [0, \infty) \rightarrow \mathbf{R}$ tā lai $a_n = \alpha(n)$ visiem $n \in \mathbf{Z}_{\geq 0}$, bet $\int_0^{\infty} \alpha(x) dx$ diverģē.

Mājiens: Izpētiet funkciju f, g, h grafikus un atdariniet līdzīgu attiecību starp a_n un α kā starp f un h .