Matemātika 2065
Praktiskie darbi

1. mājasdarbs

2021. gada pavasaris
jāiesniedz 21. februārī

Iesniedziet katru uzdevumu atsevišķi kā .pdf vai .jpg failu

---

1. Lai $f\colon \mathbf{R} \to \mathbf{R}$ ir nepārtraukta un atvasināma funkcija.
   (a) Lai $a \in \mathbf{R}$, ar $f(a) > 0$. Pierādiet, ka eksistē $\varepsilon > 0$ ar $f(x) > 0$ visiem $x \in (a - \varepsilon, a + \varepsilon)$.
   (b) Lai $b \in \mathbf{R}$, ar $f(b) < 0$ un $b > a$. Pierādiet, ka eksistē $c \in [a, b]$ ar $f'(c) < 0$.
   (c) Jums ir dots, ka ir tieši viens $d \in [a, b]$ ar $f(d) = 0$. Pierādiet, ka eksistē $\varepsilon_1 > 0, \varepsilon_2 > 0$ ar
$$\int_{d-\varepsilon_1}^{d+\varepsilon_2} f(x)\ dx = 0.$$

2. Noskaidrojiet doto skaitļu rindu konverğenci vai diverğenci. Norādiet, kādu pazīmi Jūs esat izmantojuši.
   (a) $\displaystyle\sum_{n=1}^{\infty} ne^{-n^2}$
   (b) $\displaystyle\sum_{m=2}^{\infty} 2^{4m} \left(\frac{m}{m+2}\right)^{m^2}$
   (c) $\displaystyle\sum_{k=1}^{\infty} \frac{\ln(k)}{k^2}$
   (d) $\displaystyle\sum_{\ell=0}^{\infty} \frac{(2\ell)!}{(2^{\ell})!}$