Matemātika 2065
Praktiskie darbi

4. nodarbība

2021. gada pavasaris
4. marts

---

1. **Iesildīšanās:** izlemiet, vai sekojošie apgalvojumi ir patiesi vai aplami.
   (a) Ja rinda absolūti konverģē, ta nosacīti konverģē.
   (b) Ja rinda nosacīti konverģē, ta absolūti konverģē.
   (c) Ja rinda konverģē, tai izpildās Košī nosacījums.
   (d) Ja rindai izpildās Košī nosacījums, tā konverģē.
   (e) Ja $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$ un $\sum_{n=1}^{\infty} b_n$ konverģē, tad $\sum_{n=1}^{\infty} a_n b_n$ konverģē.
   (f) Ja $\sum_{n=1}^{\infty} a_n b_n$ konverģē, tad $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$ un $\sum_{n=1}^{\infty} b_n$ konverģē.

2. Izmantojiet Leibnica pazīmi lai secinātu, vai sekojošās rindas konverģē vai diverģē.
   (a) $\displaystyle\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^{n+1}}{4+2n}$ (b) $\displaystyle\sum_{k=1}^{\infty} \frac{1}{(-1)^n(3^n+4^n)}$ (c) $\displaystyle\sum_{n=1}^{\infty} \frac{\cos(n\pi)(1-n)}{4n-n^2}$

3. Izmantojiet Košī pazīmi lai aprēķinātu x vērtības, kurām sekojošās rindas konverģē.
   (a) $\displaystyle\sum_{k=0}^{\infty} 2^k x^{2k+1}$ (b) $\displaystyle\sum_{n=1}^{\infty} \sin(1/n) x^n$ (c) $\displaystyle\sum_{n=1}^{\infty} a x^n$, $a \in \mathbf{R}$, $a \neq 0$

4. Izmantojiet Dirihlē un Ābela pazīmes lai secinātu, vai sekojošās rindas konverģē vai diverģē.
   (a) $\displaystyle\sum_{n=1}^{\infty} \frac{e^{-n}}{2n^2+2n}$ (b) $\displaystyle\sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{10\pi}{2} - 10\arctan(n) - \frac{1}{n}\right) \frac{\sin(n)}{n^2}$

5. Lai $f(x) = \displaystyle\sum_{n=0}^{\infty} \frac{(2x+3)^k}{k!}$.
   (a) Aprēķiniet $f'(x)$ un izsakiet to lietojot $f(x)$.
   (b) Aprēķiniet $f^{(n)}(x)$ brīvi fiksētam $n \in \mathbf{N}$.
   (c) Identificējiet $f(x)$ kā kādu elementāru funkciju.

6. Lai $g(x) = \displaystyle\sum_{k=0}^{\infty} \frac{x^{2k}}{2^k k!}$.
   (a) Aprēķiniet rindas $f(x)$ konverģences rādiusu.
   (b) Parādiet, ka $f'(x) = x f(x)$.