

3. nodarbība

1. **Iesildīšanās:** Lai $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$ un $\sum_{n=1}^{\infty} b_n$ ir rindas.

- (a) Kas ir nosacījumi, lai izmantotu pirmo salīdzināšanas pazīmi ar šīm divām rindām?
- (b) Kas ir nosacījumi, lai izmantotu otro salīdzināšanas pazīmi ar šīm divām rindām?
- (c) Kas ir nosacījumi, lai izmantotu intergrālo pazīmi pirmai rindai?
- (d) Kas ir nosacījumi, lai izmantotu alternējošās rindas pazīmi pirmai rindai?

2. Katrai no sekojošām rindām, atrodot visas $p \in \mathbf{R}$ vērtības, ar kurām rinda abolūti konvergēs.

(a) $\sum_{k=1}^{\infty} \frac{k^p}{p^k}$

(b) $\sum_{k=2}^{\infty} \frac{1}{\sqrt{k}(k^p - 1)}$

(c) $\sum_{k=1}^{\infty} \frac{2^{kp} k!}{k^k}$

3. Izmantojiet otro salīdzinišānas pazīmi lai secinātu, vai sekojošās rindas konvergē vai divergē.

(a) $\sum_{n=0}^{\infty} \frac{n}{\sqrt{n^2 + 1}}$

(b) $\sum_{n=0}^{\infty} \frac{2^{2n+1}}{5^{n-1} - 1}$

(c) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n^2 \sqrt{n - \sin(n)}}{10 + 2n^2 + 15n}$

4. Izmantojiet alternējošās rindas pazīmi lai secinātu, vai sekojošās rindas konvergē vai divergē.

(a) $\sum_{n=0}^{\infty} \frac{(-1)^{n-11} \sqrt{n}}{n + 11}$

(b) $\sum_{n=2}^{\infty} \frac{(-1)^n}{\ln(n)}$

(c) $\sum_{n=2}^{\infty} \frac{\cos(n\pi)}{n^{1/4}}$

5. Lai $f(n) = (9n^2 - 3n - 2)^{-1}$.

(a) Aprēķiniet parciālsummu rindai $S_k = \sum_{n=1}^k f(n)$.

(b) Aprēķiniet $\lim_{k \rightarrow \infty} S_k$.

6. Lai $n \in \mathbf{N}$ un lai $f(x) = \begin{cases} e^{-1/x^2}, & x \neq 0, \\ 0, & x = 0. \end{cases}$

(a) Pierādīt, ka $f^{(n)}(0) = 0$.

(b) Aprēķiniet Teilora rindu funkcijai f punktā $x = 0$.

(c) Pierādīt, ka $\lim_{x \rightarrow 0} f(x)/x^n = 0$.

7. Lai $f(x) = \ln(x)$ un lai $n \in \mathbf{N}$.

(a) Aprēķiniet funkcijas f nto Teilora polinomu P_n punktā $x = 1$.

(b) Pierādīt, ka visiem $x \in [1, 2]$ piepildās nevienādība $|\ln(x) - P_n(x)| \leq \frac{1}{n+1}$.