

1. **Iesildīšanās:** Definējiet katru no sekojošiem terminiem.

- | | |
|-----------------------|----------------------------|
| (a) diverģenta virkne | (d) ģeometriskā rinda |
| (b) rekurenta virkne | (e) ģeometriskā progresija |
| (c) konverģenta rinda | (f) parciālsūmma |

2. Identificējiet katru no sekojošām rindām kā konverģentu vai diverģentu. Ja konverģenta, aprēķiniet rindas vērtību.

(a) $\frac{1}{10} + \frac{3}{20} + \frac{9}{40} + \frac{27}{80} + \frac{81}{160} + \dots$

(b) $\sum_{n=0}^{\infty} \left(\frac{1}{3}\right)^n 2^{2-3n}$

(c) $\sum_{n=0}^{\infty} (-1)^n e^{3-n} 2^{n+1} - \left(\frac{2}{3}\right)^{2n}$

(d) $\sum_{n=0}^{\infty} (-1)^n \left(\frac{2}{3}\right)^{2n} + \frac{3 \cdot 8^n}{81^{n/2}}$

(e) $\frac{3}{4} + \frac{1}{4} + \frac{1}{12} + \frac{1}{36} + \frac{1}{108} + \dots$

3. Ievērojiet, ka $0.9 = \frac{9}{10}$, $0.99 = \frac{9}{10} + \frac{9}{100}$, utt.

(a) Izmantojiet šo novērojumu, lai definētu virkni $\{a_n\}$, tā lai $\sum_{n=1}^{\infty} a_n = 0.99999\dots$

(b) Izmantojiet šo novērojumu, lai definētu virkni $\{b_n\}$, tā lai $\sum_{n=1}^{\infty} b_n = 0.1234123412\dots$

4. Izmantojot ģeometriskas virknes pierādiet, ka:

(a) $0.99999\dots = 1$ (b) $0.555555\dots = 5/9$ (c) $1.36363636\dots = 15/11$

5. Atcerieties, ka harmoniskā rinda $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n}$ diverģē.

(a) Nomainiet rindai indeksu, lai tas sāktos ar $n = 0$. Tas ir, nomainiet rindas vērtību, bet nomainiet tās n to locekli $\frac{1}{n}$.

(b) Pierādiet, ka $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n+1}$ diverģē.

(c) Pierādiet, ka jebkurai $k \in \mathbf{N}$ rinda $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n+k}$ diverģē.

(d) Pierādiet, ka jebkurai $k \in \mathbf{N}$ rinda $\sum_{\substack{n=1 \\ n \neq k}}^{\infty} \frac{1}{n-k}$ diverģē.