4. nodarbība

Lai $f\colon X \to \mathbf{R}$ ir funkcija, ar $X \subseteq \mathbf{R}$. Lai $x_0, y_0 \in \mathbf{R}$. Funkcijai f:

- y_0 ir **horizontāla asimptota** ja $\lim\limits_{x\to\infty} f(x) = y_0$ vai $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x) = y_0$
- x_0 ir **vertikāla asimptota** ja $\lim\limits_{x\to x_0^+} f(x) = \pm\infty$ vai $\lim\limits_{x\to x_0^-} f(x) = \pm\infty$

---

1. **Iesildīšanās:** Izlemiet, vai sekojošie apgalvojumi ir pateisi vai aplami.

   (a) Ja funkcija ir atvasināma punktā a, tad tā ir nepārtraukta punktā a.

   (b) Ja funkcija ir nepārtraukta punktā a, tad tā ir atvasināma punktā a.

   (c) Ja $f(x) = 3x^2 - 2$, tad $f'(5) = f'(3) + f'(2)$.

   (d) Nav starpības starp $\frac{d}{dx}(5x^2 + 2xy - 3y^2)$ un $\frac{d}{dy}(5x^2 + 2xy - 3y^2)$.

2. Lai $f(x) = x^2 - 9x$.

   (a) Izmantojot atvasinājuma robežas definīciju, aprēķiniet atvasinājumu $f'(x)$.

   (b) Aprēķiniet f pieskares taisnes izteiksmi punktos $x = 2$ un $x = -2$.

   (c) Atrodiet nepārtrauktu funkciju $g\colon \mathbf{R} \to \mathbf{R}$ kurai pieskares punktos $x = 2, x = -2$ ir tādas pašas, kā funkcijai f, bet $g \neq f$.

3. Atvasiniet sekojošās funkcijas no mainīgā x.

   (a) x^x (b) $(x^x)^x$ (c) $x^{(x^x)}$ (d) $(x^x)^{(x^x)}$

4. Atvasiniet sekojošās gabaliem nepārtrauktās funkcijas.

   (a) $f(x) = \begin{cases} x^2 - 2x + 1 & x < -1 \\ x^2 + 2x + 3 & x \geqslant -1 \end{cases}$

   (b) $g(x) = \begin{cases} x^3 + 3\pi x^2 + 3\pi^2 x + \pi^3 + 1 & x < -\pi \\ -\cos(x) & -\pi \leqslant x \leqslant \pi \\ \frac{e^x}{e^\pi} & x > \pi \end{cases}$

   (c) $h(x) = \begin{cases} e^{\frac{-1}{1-x^2}} & x \in (-1, 1) \\ 0 & x \notin (-1, 1) \end{cases}$

5. Lai $f\colon [a, b] \to \mathbf{R}$ ir nepārtraukta, ar $a, b \in \mathbf{R}$, $a < b$. Ja f nav monotona pierādiet, ka eksistē $a \leqslant x_1 < x_2 \leqslant b$ ar $f(x_1) = f(x_2)$.

***6.** Lai $a, b, c \in \mathbf{R}$ ir dažādi skaitļi.

   (a) Atrodiet funkciju $f(x)$ ar $\lim\limits_{x\to\infty} f(x) = a$.

   (b) Atrodiet funkciju $g(x)$ ar $\lim\limits_{x\to\infty} g(x) = a$ un $\lim\limits_{x\to-\infty} g(x) = b$.

   (c) Atrodiet funkciju $h(x)$ ar $\lim\limits_{x\to\infty} h(x) = a$ un $\lim\limits_{x\to-\infty} h(x) = b$ un $\lim\limits_{x\to c} h(x) = \infty$.