

Lai $f: X \rightarrow \mathbf{R}$ ir funkcija, kur $X \subseteq \mathbf{R}$. Pieņemam, ka $a \in X$ un eksistē atvērts intervāls $I \subseteq X$ ar $a \in I$. Funkcija f ir **atvasināma** punktā a , jeb **diferencējama** punktā a , ja robeža

$$\lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(a+h) - f(a)}{h} = \lim_{x \rightarrow a} \frac{f(x) - f(a)}{x - a}$$

eksistē. Ja šī robeža eksistē, tā tiek apzīmēta kā $f'(a)$ vai $\left. \frac{df}{dx} \right|_{x=a}$ un tiek saukta par **f atvasinājumu** punktā a .

1. Iesildīšanās:

- (a) Lai C ir riņķa līnija ar rādiusu r .
 - i. Kas ir C garums?
 - ii. Kas ir C laukums?
 - iii. Kas ir C laukuma atvasinājums, no mainīgā r ?
- (b) Lai S ir lode ar rādiusu r .
 - i. Kas ir S virsmas laukums?
 - ii. Kas ir S tilpums?
 - iii. Kas ir S tilpuma atvasinājums, no mainīgā r ?

2. Lai $f: \mathbf{R} \rightarrow \mathbf{R}$ ir diferencējama funkcija, ar sekojošām vērtībām. Lai $g(x) = x^2 - 3x + 2$.

x	$f(x)$	$f'(x)$
0	3	-1
1	5	0
2	-2	3
3	6	1

Katrai no sekojošām funkcijām, aprēķiniet atvasinājumu dotajā punktā.

- (a) $f(x) + g(x)$ punktā $x = 0$
- (b) $\frac{f(x)}{g(x)}$ punktā $x = 1$
- (c) $f(x)g(x)$ punktā $x = 2$
- (d) $\frac{f(x)g(x)}{f(x) + g(x)}$ punktā $x = 3$
- (e) $f(g(x))$ punktā $x = 0$
- (f) $f(g(x))$ punktā $x = 1$
- (g) $g(f(x))$ punktā $x = 2$
- (h) $g(f(x))$ punktā $x = 3$

3. Lai $f(x) = e^{-x^2}$.

- (a) Aprēķiniet piesakares līniju $f(x)$ punktā $x = 0$.
- (b) Aprēķiniet visas f asimptotas.

- (c) Kādām vērtībām f piesakres taisnes slīpums ir pozitīvs, negatīvs, nulle?
- (d) Uzzīmējiet f grafiku.
4. (a) Izmantojot tikai funkciju reizinājuma un saliktu funkciju atvasināšanas kārtulas, aprēķiniet $\frac{d}{dx} \left(\frac{f(x)}{g(x)} \right)$. Tas ir, pierādiet funkciju dalījuma atvasināšanas kārtulu.
- (b) Izmantojot tikai faktu, ka $x = e^{\ln(x)}$ un saliktu funkciju atvasināšanas kārtulu, aprēķiniet $\frac{d}{dx} \ln(x)$.
- (c) Aprēķiniet $\frac{d}{dx} x^x$.