

23. decembris

1. **Iesildīšanās:** Atbildiet uz sekojošiem jautājumiem.

- (a) Patiesi vai aplami: Funkcija $f(x) = \frac{1}{x}$ ir ierobežota intervālā $[-1, 1]$.
- (b) Patiesi vai aplami: Funkcija $g(x) = \begin{cases} \sin(\frac{1}{x}) & x \neq 0 \\ 0 & x = 0 \end{cases}$ ir ierobežota intervālā $[-1, 1]$.
- (c) Kāda veida pārtraukuma punkts ir f un g punktā $x = 0$?
- (d) Vai f un g apmierina Bolcāno–Koši teorēmas nosācijumus intervālā $[-1, 1]$?
- (e) Vai Bolcāno–Koši teorēmas secinājums piepildās funkcijām f un g intervālā $[-1, 1]$?

2. Katrai no sekojošām funkcijām identificējiet tās pārtraukuma punktus un to veidus.

$$f(x) = \lfloor -2x \rfloor + \lfloor x \rfloor \quad g(x) = 1 - \frac{4x^2 - 3x + 2}{5x^2 - 7x + 2} \quad h(x) = \begin{cases} x \cos(\frac{1}{x}) & x < \frac{1}{2\pi} \\ \tan(\frac{1}{x}) & x \geq \frac{1}{2\pi} \end{cases}$$

3. Katrai no sekojošām vienādībām pierādiet, ka eksistē vismaz viens $x \in \mathbf{R}$ kas padara vienādību patiesu.

$$(a) e^x = x^3 \quad (b) e^x = 2 \cos(x) + 1 \quad (c) 2^x = 2 - 3x$$

4. Izmantojot nepārtrauktības definīciju ar funkcijas pieaugumu pierādiet, ka funkcijas

$$f(x) = a^{3x-2} \quad , \quad g(x) = \cos\left(\frac{\pi x}{a}\right)$$

ir nepārtrauktas visām $x \in \mathbf{R}$ un visām $a \in \mathbf{R}_{>1}$ vērtībām.

5. Ar kurām šī semestra tēmām jums gāja visvieglāk? Ar kurām visgrūtāk?