Matemātika 1027 | **2020. g. rudens**

Praktiskie darbi 27

9. decembris

Atcerieties, ka izteiksme "$f(x) \sim g(x)$ kad $x \to a$" nozīmē:

$$\underbrace{\lim_{x\to a} f(x) = 0 \quad , \quad \lim_{x\to a} g(x) = 0}_{f \text{ un } g \text{ ir bezgalīgi mazas funkcijas, kad } x \to a} \quad , \quad \lim_{x\to a} \frac{f(x)}{g(x)} = 1.$$

---

1. **Iesildīšanās:** Izlemiet vai sekojošie apgalvojumi ir patiesi vai aplami.

   (a) Ja $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x) \neq 0$, tad f nav bezgalīgi maza funkcija, kad $x \to \infty$.

   (b) Ja $\lim\limits_{x\to-\infty} f(-x) \neq 0$, tad f nav bezgalīgi maza funkcija, kad $x \to \infty$.

   (c) Ja f un g ir vienādas kārtas b.m.f., kad $x \to a$, un ja g un h ir vienādas kārtas b.m.f., kad $x \to a$, tad f un h ir vienādas kārtas b.m.f, kad $x \to a$.

   (d) Ja f un g nav vienādas kārtas b.m.f., kad $x \to a$, un ja g un h nav vienādas kārtas b.m.f., kad $x \to a$, tad f un h nav vienādas kārtas b.m.f, kad $x \to a$.

2. Lai $a \in \mathbf{R}_{>1}$. Aizpildiet sekojošo tabulu salīzdinot vienādas kārtas b.m.f. ar $\sim$ (ekvivalentas), $>$ (augstāka vērtība), vai $<$ (zemāka vērtība), kad $x \to 0$.

	ax	$\sin(ax)$	$\tan(ax)$	$a^x - 1$	$\sqrt[a]{1+ax} - 1$
$\sqrt[a]{1+ax} - 1$					$\sim$
$a^x - 1$				$\sim$	
$\tan(ax)$			$\sim$		
$\sin(ax)$		$\sim$			
ax	$\sim$				

3. Atrodiet piemēru trim funkcijām f, g, h ar definīcijas kopu $\mathbf{R}$, tā lai:

   - $f(x) \sim g(x)$ un $g(x) \not\sim h(x)$ kad $x \to -\infty$
   - $f(x) \not\sim g(x)$ un $g(x) \sim h(x)$ kad $x \to \infty$
   - $f(x) \sim h(x)$ kad $x \to 0$

4. Kāda substitūcija jāveic, lai no vienas robežas aprēķinātu otru?

Zinot	$\lim\limits_{x\to 0} \dfrac{\ln(x+1)}{x} = 1$	$\lim\limits_{x\to 0} \dfrac{\ln(x+1)}{x} = 1$	$\lim\limits_{x\to 0} \dfrac{e^x - 1}{x} = 1$	$\lim\limits_{x\to\infty} \left(1 + \dfrac{1}{x}\right)^x = e$
veic substitūciju	$y =$	$y =$	$y =$	$y =$
lai aprēķinātu	$\lim\limits_{y\to 0} \dfrac{e^y - 1}{y}$	$\lim\limits_{y\to 1/2} \dfrac{\ln(\sqrt{y}) + \ln(\sqrt{2})}{2y - 1}$	$\lim\limits_{y\to 0} \dfrac{a^y - 1}{y}$	$\lim\limits_{y\to 0} \sqrt[y]{1+y}$

5. Aprēķiniet sekojošās robežas.

   (a) $\lim\limits_{x\to -2} \dfrac{x^3 + 5x^2 + 8x + 4}{x^3 + 3x^2 - 4}$ (b) $\lim\limits_{x\to 0} \dfrac{\tan(\pi + \pi x/2)}{\ln(x+1)}$ (c) $\lim\limits_{x\to\pi/4} \dfrac{1 - \sin(2x)}{16x^2 - 8\pi x + \pi^2}$