

16. novembris

1. **Iesildīšanās:** Pārrakstiet sekojošās rindas, lai tās sāktos ar dotajiem n .

(a) $\sum_{n=1}^{\infty} q^n$ ar $n = 1$

(b) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n!}{2n+2}$ ar $n = 0$

(c) $\sum_{n=0}^{\infty} \frac{2^{3-3n}}{(n+1)!}$ ar $n = 10$

2. (a) Kas ir alternējoša rinda?

(b) Dodiet alternējošas konverģentas un alternējošas diverģentas rindas piemēru.

(c) Lietojiet Leibnīca teorēmu, lai secinātu, kuras no sekojošām alternējošām rindām ir konverģentas.

i. $\sum_{n=0}^{\infty} \frac{(-2)^n}{3^n}$

ii. $\sum_{n=0}^{\infty} (-1)^{n-1} 3n^2$

iii. $\sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{-\cos(n\pi) - 1}{n} \right)^n$

(d) Dodiet alternējošas konverģentas rindas piemēru, kuras robeža ir reāls skaitlis $a > 0$.

3. Identificējiet katru no sekojošām rindām kā diverģentu, absolūti konverģentu, vai konverģentu.

(a) $\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n n^{-1}$

(b) $\sum_{n=0}^{\infty} \frac{\cos(n) - 2}{\cos(n) - 1}$

(c) $\sum_{n=0}^{\infty} \frac{(-1)^n + (-2)^n}{4^n}$

4. (a) Lai $(x_n)_{n \in \mathbf{N}}$ ir virkne. Ko nozīmē, ja $a \in \mathbf{R}$ ir rindas $\sum_{n=1}^{\infty} x_n$ akumulācijas punkts?

(b) Dodiet piemēru rindai, kurai ir viens akumulācijas punkts.

(c) Dodiet piemēru rindai, kurai ir divi atšķirīgi akumulācijas punkti.

(d) Kas ir lielākais akumulācijas punktu daudzums, kas var būt vienai rindai?

5. (a) Izmantojot virknes robežas definīciju pierādiet, ka $\frac{1}{2n} \xrightarrow{n \rightarrow \infty} 0$.

(b) Izmantojot Košī funkcijas robežas definīciju pierādiet, ka $\frac{x}{2} \xrightarrow{x \rightarrow 0} 0$.