Matemātika 1027

Praktiskie darbi 18

2020. g. rudens

4. novembris

---

1. **Iesildīšanās:** Aizvietojiet sekojošās jautājumu zīmes ar $\Longrightarrow$, $\Longleftarrow$, vai $\Longleftrightarrow$.

   (a) (virkne ir Koši) ? (virkne ir fundamentāla)
   (b) (virkne ir konverğenta) ? (virkne ir fundamentāla)
   (c) (virkne ir ierobežota un monotona) ? (virkne ir fundamentāla)
   (d) (virkne ir ierobežota) ? (virkne ir fundamentāla)

2. Aprēķiniet sekojošās robežas.

   (a) $\displaystyle\lim_{n\to\infty} \frac{n\sqrt[4]{3n+1}+\sqrt{81n^4-n^2+1}}{(n+\sqrt[3]{n})\sqrt{5-n+n^2}}$ (b) $\displaystyle\lim_{n\to\infty} n\left(\sqrt[3]{5+8n^3}-2n\right)$

3. Lai $(x_n)_{n\in\mathbf{N}}$ ir virkne ar $0 \leqslant x_1 \leqslant 1$ un $x_{n+1} = 1-\sqrt{1-x_n}$ visiem $n \in \mathbf{N}$.

   (a) Lietojot indukciju pierādiet, ka $0 \leqslant x_n \leqslant 1$ visiem $n \in \mathbf{N}$.
   (b) Vai šai virknei ir robeža? Kāpēc vai kāpēc nē?
   (c) Aprēķiniet virknes robežu.

4. Šis uzdevums ir par **iekļauto segmentu principu**. Lai $(U_n)_{n\in\mathbf{N}}$ ir virkne, kur $U_n \subseteq \mathbf{R}$ ir intervāls visiem $n \in \mathbf{N}$.

   (a) Ja U_n ir sekojošie intervāli, kuros gadījumos ir iekļauto segmentu princips apmierināts?

   i. $U_n = [1, \frac{n+1}{n}]$ ii. $U_n = [1, \frac{n+1}{n})$ iii. $U_n = (1, \frac{n+1}{n}]$ iv. $U_n = (1, \frac{n+1}{n})$

   (b) Ja U_n ir sekojošie intervāli, kuros gadījumos ir iekļauto segmentu princips apmierināts?

   i. $U_n = [1-\frac{1}{n}, \infty)$ ii. $U_n = [n, \infty)$ iii. $U_n = [n^2, \infty)$