

19. oktobris

1. **Iesildīšanās:** Izlemiet, vai sekojošie apgalvojumi ir patiesi vai aplami.

(a) $a \in \mathbf{R}$: Ja $x_n \rightarrow a$ kad $n \rightarrow \infty$, tad $|x_n| \rightarrow |a|$ kad $n \rightarrow \infty$.

(b) $a \in \mathbf{R}$: Ja $|x_n| \rightarrow |a|$ kad $n \rightarrow \infty$, tad $x_n \rightarrow a$ kad $n \rightarrow \infty$.

(c) $a, b \in \overline{\mathbf{R}}$: Ja $x_n \rightarrow a$ un $y_n \rightarrow b$ kad $n \rightarrow \infty$, tad $(x_n + y_n) \rightarrow (a + b)$ kad $n \rightarrow \infty$.

2. Izmantojot virknes robežas definīciju pierādiet, ka $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{\sin^2(n+3)}{n+4} = 0$.

3. Izmantojot divu policistu teorēmu pierādiet, ka $\lim_{n \rightarrow \infty} n(\cos(1/n) - 1) = 0$.
Mājiens: Jūs drīkstiet izmantot faktu, ka $1 - x^2 < \cos(x)$ kad $x \in (0, 1]$.

4. (a) Pierādiet, ka virkne $(\ln(n+1) - \ln(n))_{n \in \mathbf{N}}$ ir bezgalīgi maza virkne.

(b) Pierādiet, ka virkne $((n+1)^2 - n^2)_{n \in \mathbf{N}}$ nav bezgalīgi maza virkne.

5. Jums ir dota virkne $(x_n)_{n \in \mathbf{N}}$ ar $\lim_{n \rightarrow \infty} x_n = a \in \mathbf{R}_{>0}$ un $x_n > 0$ visiem $n \in \mathbf{N}$.

Pierādiet, ka $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1}{x_n} = \frac{1}{a}$.