

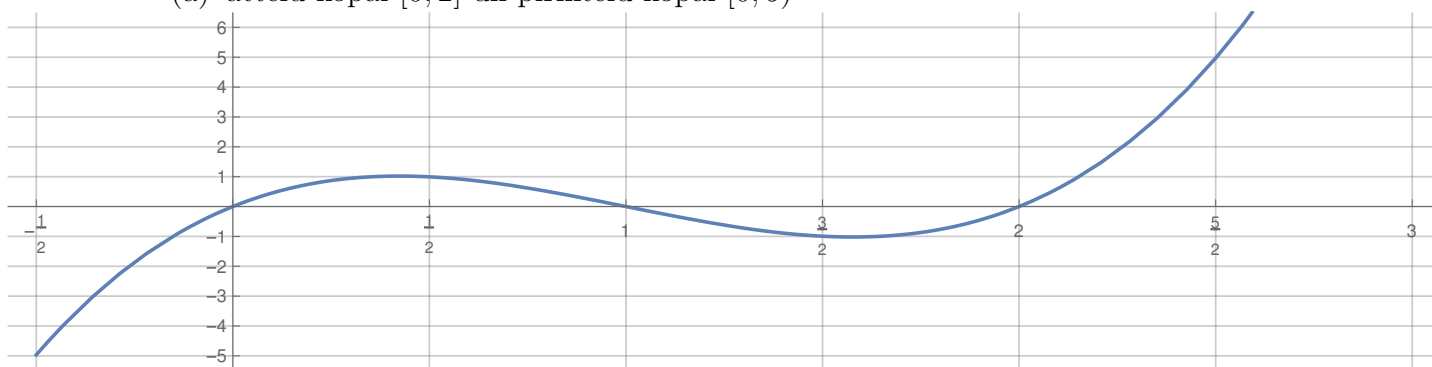
23. septembris

Šī darba lapa lietos sekojošās definīcijas.

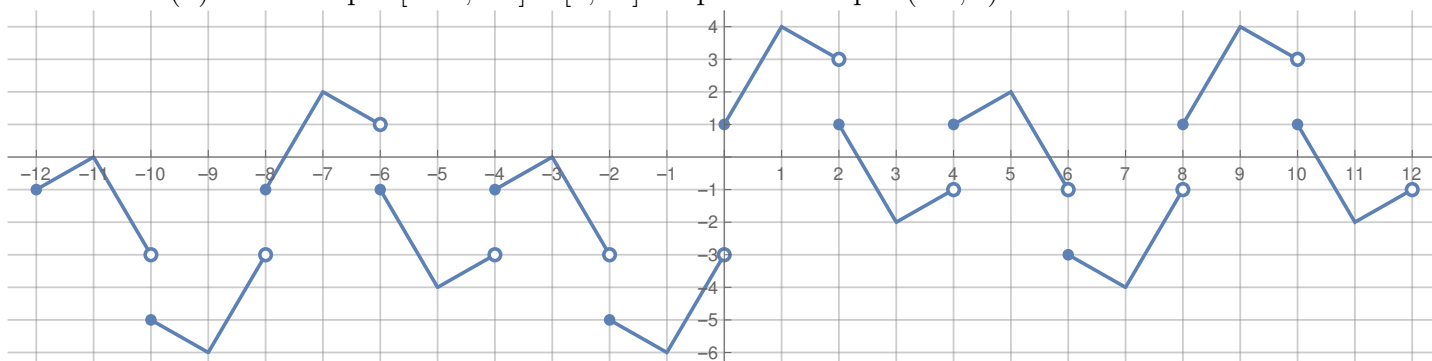
- Funkcija $f: X \rightarrow Y$ ir **injekcija**, ja $\forall x_1, x_2 \in X, f(x_1) = f(x_2) \implies x_1 = x_2$.
Ekvivalenti, f ir injekcija, ja $x_1 \neq x_2 \implies f(x_1) \neq f(x_2)$.
- Funkcija $g: X \rightarrow Y$ ir **sirjekcija**, ja $\forall y \in Y, \exists x \in X$ kuram $f(x) = y$.
- Funkcija $h: X \rightarrow Y$ ir **bijekcija**, ja tā ir injekcija un sirjekcija.

1. **Iesildīšanās:** Izmantojot sekojošos grafikus, aprēķiniet doto kopu attēlu un pirmtēlu.

(a) attēlu kopai $[0, 2]$ un pirmtēlu kopai $[0, 5]$



(b) attēlu kopai $[-12, -9] \cup [6, 10]$ un pirmtēlu kopai $(-1, 0)$



2. Pierādiet ar pretpiemēriem, ka sekojošie apgalvojumi ir aplami.

- Funkcija $\cos: \mathbf{R} \rightarrow \mathbf{R}$ ir injekcija.
- Funkcija $\sin: [2\pi, 3\pi] \rightarrow [-1, 1]$ ir sirjekcija.
- Funkcija $f: [-2, 2] \rightarrow \mathbf{R}$ ir injekcija, kur $f(x) = x^2 - 16$.
- Funkcija $\arctan: \mathbf{R} \rightarrow [-\pi/2, \pi/2]$ ir sirjekcija.

3. Pierādiet ar loģiskiem apgalvojumiem, ka funkcija $f: \mathbf{R} \rightarrow \mathbf{R}$ ir injekcija, kur $f(x) = x^3$.

4. Ar šo uzdevumu, Jūs pierādīsiet, ka $(0, 1)$ un \mathbf{R} ir ekvivalentas kopas.

- Pierādiet, ka funkcija $f: (0, 1) \rightarrow (0, \infty)$, kur $f(x) = \frac{1}{1-x} - 1$ ir injekcija.
- Pierādiet, ka funkcija f ir sirjekcija.
- Pierādiet, ka $g: (0, 1) \rightarrow \mathbf{R}$ ir injekcija, kur $g(x) = \ln(f(x))$. Jūs drīkstiet pieņemt, ka $\ln: (0, \infty) \rightarrow \mathbf{R}$ ir bijekcija.
- Pierādiet, ka g ir sirjekcija.