

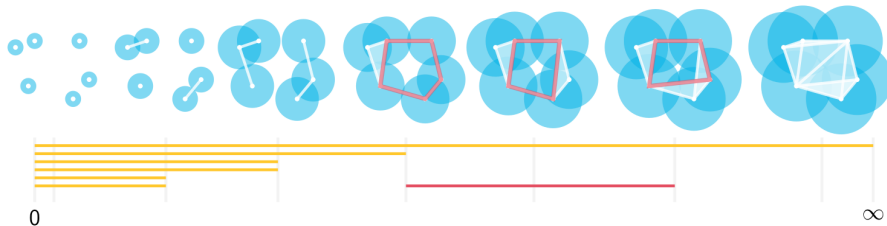
Lietiškā topoloģija

Klīniskās un profilaktiskās medicīnas institūts, Latvijas Universitāte

Jānis Lazovskis

20225. gada 22. aprīlis

Slaidi pieejami: jlazovskis.com/talks



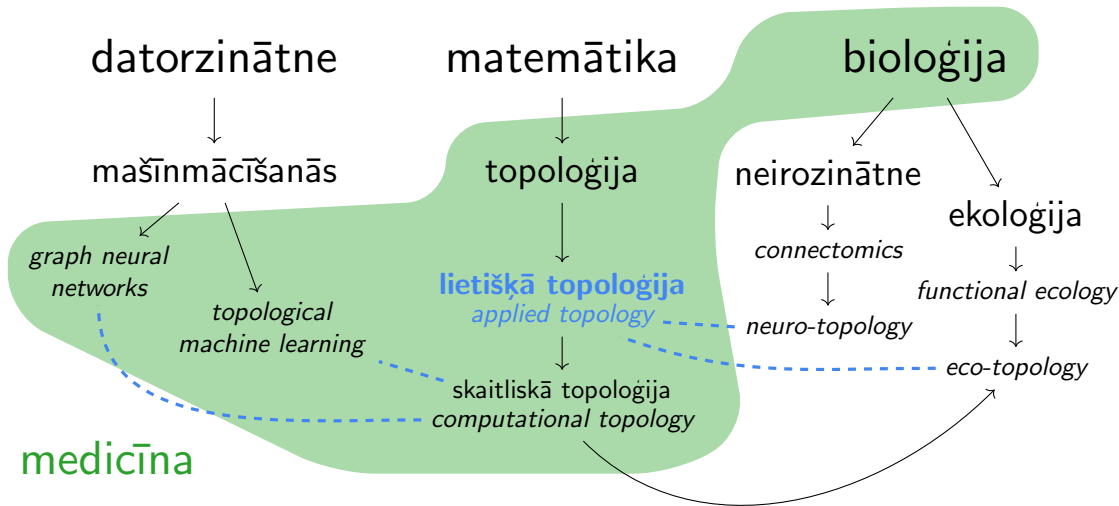
Eiropas Savienības kohēzijas politikas programmas 2021.–2027. gadam 1.1.1. specifiskais atbalsta mērķis "Pētniecības un inovāciju kapacitātes stiprināšana un progresīvu tehnoloģiju ieviešana kopējā P&A sistēmā" 1.1.1.9. pasākuma "Pēcdoktorantūras pētījumi" pētniecības pieteikums Nr.1.1.1.9/LZP/1/24/125 "Efektīvi topoloģiski invarianti reprezentāciju atklāšanai attēlu diagnostikā"



Semināra kārtība

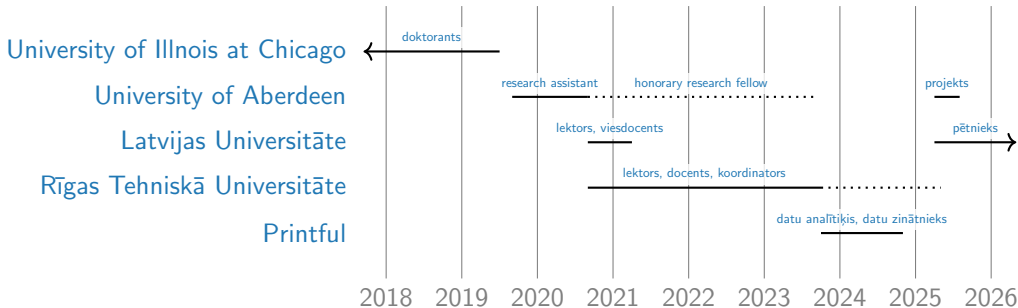
- ▶ Par sevi, par profesionālo darbību kā motivāciju LZP projektam
 - ▶ Matemātika, topoloģija un to pielietojumi
- ▶ Par topoloģisko datu analīzi
 - ▶ Kā papildus rīks jebkādā pētniecībā
- ▶ Par LZP projektu
 - ▶ *EN*: Efficient topological signatures for representation learning in medical imaging
 - ▶ *LV*: Efektīvi topoloģiski invarianti reprezentāciju atklāšanai attēlu diagnostikā
- ▶ Par plašākām interesēm un darbību
 - ▶ Neurozinātne un ekoloģija

Profesionālā darbība ceļā uz LU KPMI



Profesionālā pieredze

- ▶ studijas ārzemēs (2009.g. - 2019.g.)
- ▶ darbs ārzemēs (2019.g. - 2020.g.) un ar ārzemju kolēģiem (2019.g. -)
- ▶ darbs Latvijā (2020.g. -) un ar Latvijas kolēģiem (? 2025.g. -)



Darbs akadēmiskā vidē

Doktorantūra (2014.g. - 2019.g.)

- ▶ Teorētiskie pamati TDA
- ▶ Globāli stabilu struktūru definēšana
- ▶ Atvērtas kopas, stratificētas telpas, *simplicial complexes, sheaves*



stratified open set U



poset image $[\tilde{C}C](U)$

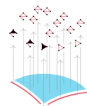
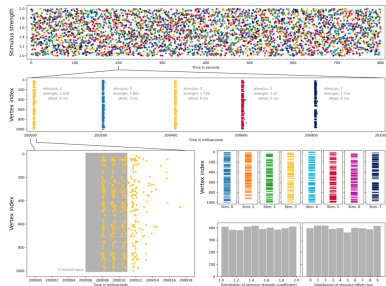


diagram $\mathcal{F}(U)$

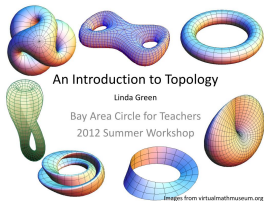
Pēcdoktorantūra (2019.g. - 2020.g.)

- ▶ Topoloģija neurozinātnē
- ▶ Kodēšana, signālu klasificēšana

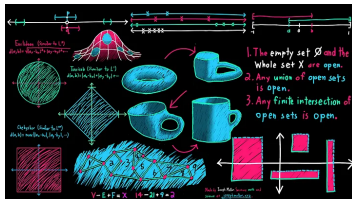


Ģeometrija un topoloģija

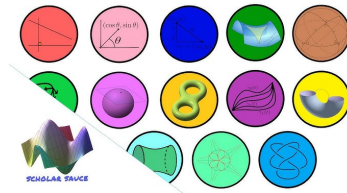
Topoloģija ir **virsmu** un **telpu** matemātika.



Linda Green, Virtual Math Museum



Joseph Mellor

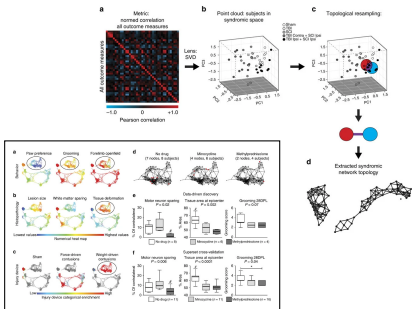


Scholar Sauce, YouTube

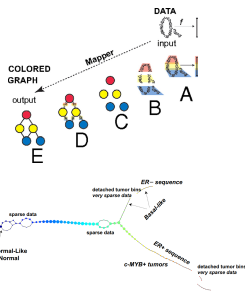
- **Ģeometrija** ir par attālumiem, izliekumiem, un to mērīšanu telpās (*metric, distance*)
- **Topoloģija** ir par telpu īpašībām, kas nemainās, pat ja telpas tiek deformētas
- **Algebriskā topoloģija** ir par algebrisku objektu (skaitļu, virkņu) pielīdzināšanu telpām, lai telpas atšķirtu vienu no otras
- **Lietšķā algebriskā topoloģija** (*applied algebraic topology*) ir par algebriskās topoloģijas rezultātu pielietošanu zinātnē ārpus matemātikas - bioloģijā, fizikā, medicīnā, utt.

Lietišķā algebriskā topoloģija

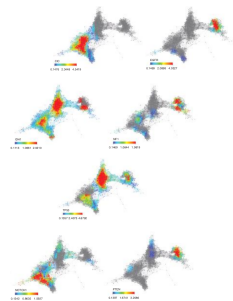
Viens no plašāk pazīstamiem lietišķās topoloģijas sasniegumiem ir **Mapper** algoritms, kas vienkāršo datus izmantojot topoloģiju (Singh, Memoli, Carlsson 2007).



Nielson et al, 2015. *Topological data analysis for discovery in preclinical spinal cord injury and traumatic brain injury.*



Nicolau et al, 2011. *Topology based data analysis identifies a subgroup of breast cancers with a unique mutational profile and excellent survival.*

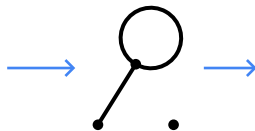
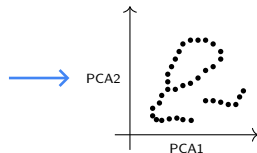


Raul Rabadan and Andrew J. Blumberg, 2019. *Topological Data Analysis for Genomics and Evolution: Topology in Biology.*

Šī metode ir viens no rīkiem **topoloģiskā datu analīzē** (vēlie 90tie / agrie 2000ie gadi).

Topoloģiskā datu analīze (TDA)

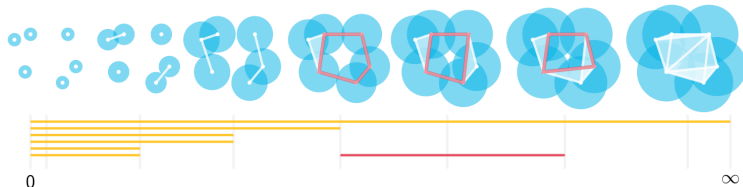
	v1	v2	...	v10
n1	5	.2	...	221
n2	15	.15	...	592
...				
n100	12	.32	...	404



- divas nesavienotas daļas
- viens aplis
- n1, n23, n44 vienā daļā
- n5, n32, n90 otrā daļā
- n15, n17, n80 veido aplis

Jebkuru datu kopu var pārvērst topoloģiskā telpā. Izmantojot topoloģiju, iegūst:

- ▶ Papildus pamatojumus novērojumiem
- ▶ Struktūru identifikācijas augstākās dimensijās
- ▶ Vienkāršotus invariantus komplicētām kopām



Projekta pārskats

EN: Efficient topological signatures for representation learning in medical imaging

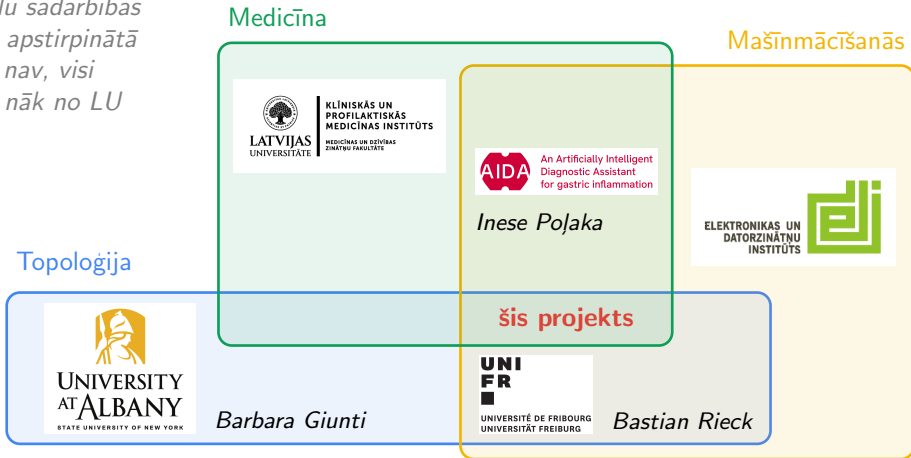
LV: Efektīvi topoloģiski invarianti reprezentāciju atklāšanai attēlu diagnostikā

	2025												2026												2027												2028	
	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	1	2		
WP1: Implementation of topological signature update algorithm	X	X	X	X	X	X	X	X	X	X	X	X																										
WP2: Application of traditional and geometric ML methods to WSI										X	X	X	X	X	X	X	X	X	X	X	X																	
WP3: Dynamic topological ML classification method																			X	X	X	X		X	X	X	X	X	X	X								
WP4: Proof of concept for new service functionality																												X	X	X	X	X	X	X	X	X	X	
WP5: Communication with specialists, general public	X	X					X		X	X		X	X						X		X	X			X					X		X	X	X	X	X		

- ▶ Turpināt attīstīt topoloģisko pētniecību
- ▶ Iepazīt un attīstīt topoloģiskas metodes mašīnmācīšanās (ML) algoritmos
- ▶ Pielietot un gatavot komercializācijai attīstītās metodes attēlu diagnostikā

Projektā iesaistītās puses un speciālisti

** Formālu sadarbības partneru apstiprinātā projektā nav, visi rezultāti nāk no LU*



Mašīnmācīšanās attēlu diagnostikā

WP1: Topoloģija, programmēšana

WP2: Mašīnmācīšanās, sadarbība ar AIDA projektu

WP3: Topoloģijas metožu izmantošana mašīnmācīšanās algoritmos

WP4: Topoloģiska ML algoritma realizēšana kā komercializējams produkts

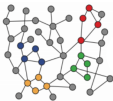


Mans projekts izmanto topoloģiju, lai dotu attēla daļām vērtības un lai vērtētu ML modeli

Topoloģiskas metodes

Māšīnmācīšanās struktūrā

- ▶ *Graph neural networks*
 - ▶ ievaddati ir grafs
 - ▶ attēlo ne-lineāras attiecības
- ▶ *Topological machine learning*
 - ▶ izmantotās vērtības (*features*) ir saistītas ar ievaddatu topoloģiju
 - ▶ attēlo attiecības dažādās dimensijās



Networks



Images

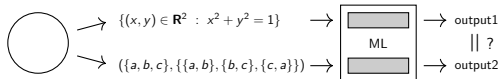


Text

Stanford University

ML algoritmu validācijā

Ja telpas prezentācija ir mainījusies, bet tās topoloģiskās īpašības nav mainījušās, algoritmam ar šādām ievadtelpām vajadzētu dot vienādu rezultātu.

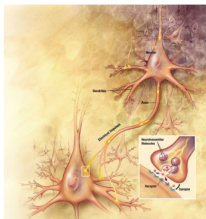


▶ Persistent homology

- ▶ standarta metode datu topoloģisku vērtību novērošanai
- ▶ prasa lielu skaitļošanas jaudu, eksponenciāla sarežģītība

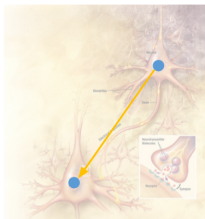
Neirozinātne un topoloģija

Neironi un to savienojumi ir ļoti komplicēti, bet: neironu *struktūra* definē orientētu grafu

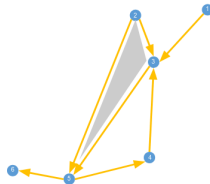


National Institutes of Health, nih.gov

bioloģiski dati



novēro tikai neironus un savienojumus



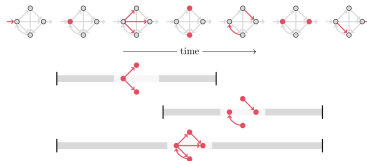
dati definē grafu un vienkāršu topoloģisku telpu

$$\begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

saistību matrica kā analizējams objekts

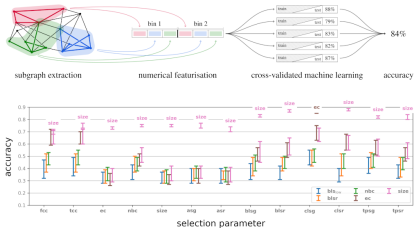
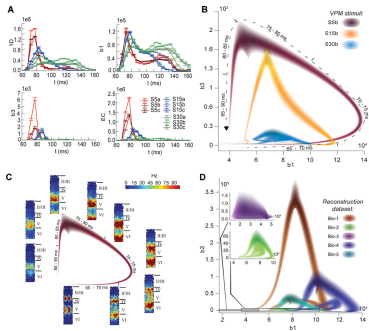
Neironu *darbība* definē bināru apzīmējumu katrai grafa virsotnei

Ar šādu interpretāciju, smadzeņu darbība kļūst par topoloģisku telpu virkni



Neirozinātne un topoloģija

Vai ir iespējams ar šiem vienkāršotiem datiem klasificēt smadzeņu darbību?



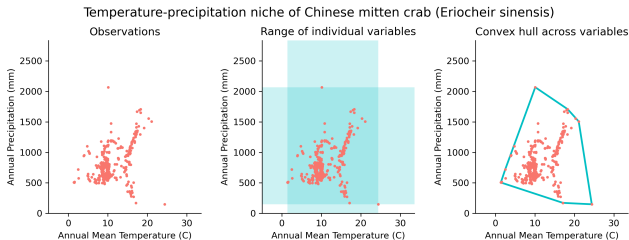
Jā, novērojot visu neironu aktivitāti daudzos īsos intervālos (Reimann et al, 2017)

Jā, novērojot apkaimju aktivitāti garos intervālos (Conceição et al, 2022)

Ekoloģija un topoloģija

Environmental parameters (temp, rain, sun, ...) are key to species' survival. A species:

- ▶ *(realized) niche* is the range of environmental parameters in which it can exist (is observed)
- ▶ *hypervolume* is an approximation of the realized niche as a subset of Euclidean space

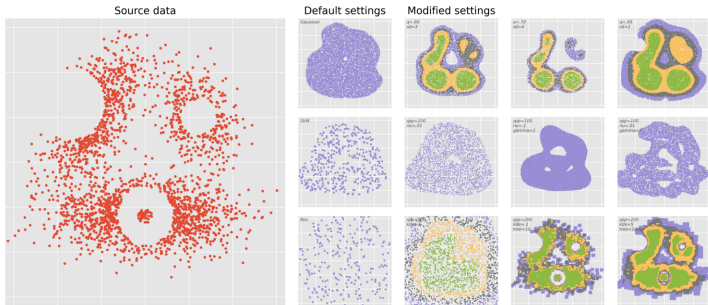


The species niche is related to

- ▶ *diversification rates*: indicated by size of the climatic niche
- ▶ *species coexistence*: (dis)similarity of species' environmental or functional hypervolumes
- ▶ *climate change*: niche similarity allows comparison to better understand *invasions*

Ekoloģija un topoloģija: inferences un standartizācijas metodes

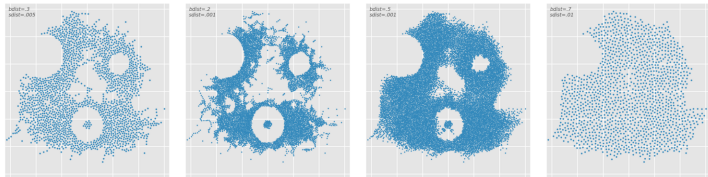
Esošās metodes



► (Gaussian) KDE infers new data nearby each true observation

► Topology infers new data between collections of true observations

Jauna metode



► Both methods infer more samples and uniformize with respect to density

Paldies par uzmanību

- ▶ B. Blonder. *Do Hypervolumes Have Holes?* The American Naturalist, 2016.
- ▶ P. Conceição, D. Govc, J. Lazovskis, R. Levi, H. Riihimäki, J.P. Smith. *An application of neighbourhoods in digraphs to the classification of binary dynamics.* Network Neuroscience, 2022.
- ▶ B. Giunti, J.Lazovskis. *Pruning vineyards: Pruning vineyards: updating barcodes by removing simplices.* Manuscript in preparation, 2025.
- ▶ G.E. Hutchinson. *Population studies-animal ecology and demography - concluding remarks.* Cold Spring Harbor symposia on quantitative biology, 1957.
- ▶ H. Markram et al. *Reconstruction and Simulation of Neocortical Microcircuitry.* Cell, 2015.
- ▶ M. Nicolau et al. *Topology based data analysis identifies a subgroup of breast cancers with a unique mutational profile and excellent survival.* PNAS, 2011.
- ▶ J. Nielson et al. *Topological data analysis for discovery in preclinical spinal cord injury and traumatic brain injury.* Nature Communications, 2015.
- ▶ M.W. Reimann et al. *Cliques of Neurons Bound into Cavities Provide a Missing Link between Structure and Function.* Frontiers in Computational Neuroscience, 2017.
- ▶ G. Singh, F. Memoli, G. Carlsson. *Topological Methods for the Analysis of High Dimensional Data Sets and 3D Object Recognition.* Eurographics Symposium on Point-Based Graphics, 2007.